

2段平歯車減速機 LP-GB-01

有限要素法による構造解析 報告書

文書番号 LP-GB-01-FEM ・ 作成 2026-10-20(日本時間) ・ 作成 YOBITSUGI AI
対象: 出力軸(S45C)の静的な強度 / リヤハウジング(A5052)の取付けフランジ ・ 線形弾性・静的・2
次の四面体

要約

項目	出力軸(S45C)	リヤハウジング(A5052)
最大ミーゼス応力(定格 / 起動時の最大)	62.6 / 94.0 MPa	0.226 / 0.338 MPa(固定した穴から離れた所)
その場所	キー溝の底の丸み R0.16(キーが押す側の壁の付け根)	出力軸の軸受の座 Ø21 の内側のふち
最大変位(定格 / 起動時の最大)	1.43 / 2.14 μm (軸端)	0.068 / 0.102 μm (軸受の座)
降伏に対する安全率(定格 / 起動時の最大)	5.5 / 3.7 ($\sigma_y = 345 \text{ MPa}$)	709 / 473 ($\sigma_y = 160 \text{ MPa}$)
メッシュの収束(中 → 細かい)	最大応力 +4.7 % ・ 最大変位 +1.7 %	応力 +0.4 % ・ 変位 +0.1 %

どちらも降伏に対して十分な余裕がある(起動時の最大で、出力軸 3.7・ハウジング 473)。出力軸の最大は、軸の公称の応力ではなく、キーの面圧で溝の側壁が曲げられる、キー溝の底の丸みに出る。ここは丸みの大きさ(図面に指定がないため JIS B 1301 の上限 R0.16 を仮定)とキーの当たり方に強く左右されるので、図面でキー溝の底の丸みを指定し、疲れ強さ(起動・停止のくり返し)を別に確かめることを勧める。ハウジングは応力・変位ともごく小さく、この荷重では強度より剛性・加工の都合で厚さが決まっている。

目次

- 1. 目的
- 2. 対象の形と材料
- 3. 解析の方法・単位
- 4. 境界条件と荷重
- 5. メッシュ
- 6. ソルバーの確かめ
- 7. 結果(解析 1 出力軸)
- 8. 結果(解析 2 ハウジング)
- 9. メッシュの収束
- 10. 手計算との比べ
- 11. 結論と限界
- 付録 A. ファイルと、もう一度解く手順

1. 目的

LP-GB-01(2 段平歯車減速機・出力 497.7 rpm・0.570 N・m)の、計算書

LP-GB-01_calc(gearbox/report/calc_results.json)の荷重に対して、(1) 出力軸の段付きの部分・キー溝まわりの応力集中を含めた静的な強度、(2) 取付けフランジを持つリヤハウジングの応力と変位を、有限要素法で確かめる。あわせて、ソルバーの正しさを答えの分かっている問題で確かめ、メッシュの収束と手計算(はり・ねじりの式と応力集中の係数)との差を示す。同じスクリプトを流せば同じ結果になるように、条件はすべてスクリプトの中の値と計算書から読む。

2. 対象の形と材料

形は 3D CAD の STEP(gearbox/step/parts/09_Shaft_Output.step・02_Housing_Rear.step)をそのまま読む。座標は STEP のまま(Z = 軸の方向・出力側が $+Z$ 、出力軸の中心は $X = 76$ mm, $Y = 0$)。出力軸の STEP は段の隅とキー溝の底が丸みなし(R0)で、このままでは角で応力が無限大になり(特異点)、メッシュを細かくするほど最大応力が上がり続ける(9 章で実際に示す)。そこで、加工で必ず付く丸みを表 1 のとおり仮定し、gmsh(OpenCASCADE)で STEP に丸みを付けた形を主な評価に使う。ハウジングは STEP のまま(丸みなし)とし、角の影響は 8・9 章で扱う。

表 1 出力軸の隅の丸み(仮定)

場所	STEP	解析の仮定	理由
段 $z = 4(\varnothing 12 \rightarrow \varnothing 14.5)$	R0	R0.3	前の軸受の突き当て。6801 の内輪の面取り $r 0.3$ 以下
段 $z = 15.5(\varnothing 14.5 \rightarrow \varnothing 12)$	R0	R0.3	出力歯車の突き当て。歯車の穴の面取りと干渉しない値
段 $z = 33(\varnothing 12 \rightarrow \varnothing 10)$	R0	R0.5	軸端 $\varnothing 10$ への段。相手部品の突き当てなし
キー溝の底のふち($4 \times 4 \cdot 3 \times 3$)	R0	R0.16	JIS B 1301 のキー溝の底の丸み $r1 = 0.08 \sim 0.16$ の上限

出力軸の主な寸法: $\varnothing 12$ (軸受 6801 の座・歯車の座)/ $\varnothing 14.5$ (胴)/ $\varnothing 10$ (軸端)、全長 52.5 mm。キー溝: 歯車 4×4 (深さ $2.5 \cdot z = 16.5 \sim 26.5$)、軸端 3×3 (深さ $1.8 \cdot z = 38 \sim 50$)、ともにエンドミルの両丸形。丸みを付けた形の体積 5733.3 mm³(STEP 5729.8 mm³)。

表 2 材料の定数(線形弾性・等方)

材料	部品	ヤング率 E [MPa]	ポアソン比 ν	降伏応力 σ_y [MPa]	引張強さ [MPa]	出典・備考
S45C	出力軸	205000	0.3	345	570	JIS G 4051 S45C 焼ならし(N)の規格の下限。調質(H)なら降伏 490 MPa 以上。軸の熱処理は図面に指定がないため、低い方で評価
A5052	リヤハウジング	70000	0.33	160	215	JIS H 4000 A5052-H32 の 0.2 % 耐力の下限(板から削り出しを想定)

自重は入れない(出力軸 45 g・ハウジング 334 g で、歯車の力に比べて小さい)。温度・残留応力・はめあいの締め代も入れない。

3. 解析の方法・単位

項目	内容
解析の種類	線形弾性・静的・微小変形(材料は降伏しない範囲・接触なし)
要素	2 次の四面体(10 節点・辺の中点は形の曲面上 = 曲がった要素)。剛性は 4 点のガウス積分
メッシュ	gmsh 4.15.2(面 Frontal-Delaunay・体 Delaunay・1 スレッド)。丸み・荷重・固定の近くを距離で細かくする
組立て・応力	scikit-fem 12.0.2。応力は各要素の 10 節点で求め、節点ごとに平均(滑らかにした節点の応力)
解き方	直接法(Intel MKL PARDISO・対称正定値・1 スレッド)。残差 $\ f - Ku\ / \ f\ $ はすべて $1e-11$ 以下
荷重の場合	定格と起動時の最大(定格 × 使用係数 1.5)。線形なので、起動時の最大の結果は定格の 1.5 倍(1 回解いて倍率をかける)
単位	長さ mm・力 N・応力 MPa(= N/mm ²)・モーメント N・mm・変位は図表で μm (= 0.001 mm)
再現性	乱数を使わず、並列にしない。同じ版のライブラリなら同じメッシュ・同じ結果(付録 A)

4. 境界条件と荷重

荷重は計算書の 2 段目のかみ合い(出力歯車 m1.0・z62・ピッチ円 Ø62)と出力トルクから。歯車の力の向きは計算書の計算(calc.py)と同じで、軸にかかる力 = (+Fr, +Ft)(X, Y の向き)。トルクは歯車 → キー → 軸 → 軸端のキー → 相手(負荷)と流れる。

表 3 解析 1(出力軸)の境界条件と荷重

番号	場所(面)	種類	値(定格)	分布・備考
S1	前の軸受の座 Ø12・z -0.2～3.7	支持(ばね)	半径方向 20000 N/mm(= 20 N/ μ m)	面全体に半径方向のばね(1 個の剛性がこの値になるように面の値を決める)。円周・軸の向きに 0.001 倍の弱いばね(剛体の回転・軸の向きの動きを止めるだけ・力はほぼ 0)
S2	後ろの軸受の座 Ø12・z 28.0～33.0	支持(ばね)	半径方向 20000 N/mm	玉軸受は傾きをほぼ拘束しないので、固定ではなくばねにした
L1	歯車のキー溝の側面(x = +2・z 18.5～24.5)	面圧(一様)	トルク 570.3 N・mm → キーの力 122.4 N	キーが押す側の平らな壁だけ(長さ = キーの長さ - 幅)。z 軸まわりのモーメントが -T になるよう大きさを決める
L2	歯車の座 Ø12・z 15.8～23.5	面圧	L1 と合わせて Fr = 6.90 N, Ft = 18.96 N	歯車のボスが押す cos 分布の面圧 + 小さな補正。L1 + L2 の合力とモーメントが、歯幅の中央 z = 19.5 の軸の上に (Fr, Ft) をかけたのと同じになるように決める
L3	軸端のキー溝の側面(x = -1.5・z 39.5～48.5)	面圧(一様)	トルク 570.3 N・mm → キーの力 140.3 N	負荷の側が受けるトルク(+T)
L4	軸端の座 Ø10・z 38～50	面圧	L3 の力を打ち消す	相手のボスが押す面圧。L3 + L4 = 純粋なトルク(力・曲げのモーメントは 0)
合計	—	確かめ	Fx 6.901・Fy 18.960・Fz 0.0e+00 N	z 軸まわりのモーメント 2.0e-13 N・mm(釣り合い)。計算書の歯車の力と一致

起動時の最大は、トルク・歯車の力ともに定格の 1.5 倍(出力トルク 0.855 N・m・Ft 28.44 N・Fr 10.35 N)。

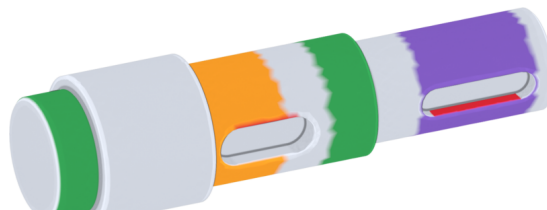
表 4 解析 2(リヤハウジング)の境界条件と荷重

番号	場所(面)	種類	値(定格)	分布・備考
B1	取付けのボルト穴 Ø4.5 × 4 の内面	固定	変位 0(3 方向)	穴の中心 (-27, ±44)・(120, ±44)。ボルトと相手の板を剛とみなす(実際より硬い)
L1	出力軸の後ろの軸受(6801)の座 Ø21・z 28～33	面圧	軸受の反力 12.52 N(起動時 18.79 N)	向き (+Fr, +Ft) = (0.342, 0.940)。外輪が押す半分の面に cos 分布(頂点 0.152 MPa)
合計	—	確かめ	反力 Fx -4.283・Fy -11.768 N	荷重と釣り合う

軸受の反力は計算書の値(出力軸・後 18.79 N は使用係数込み)を使用係数で割って定格に戻した。前の軸受の反力はフロントハウジングに入り、合わせ面のボルトを通してリヤハウジングに来るが、ここでは依頼どおり出力軸の後ろの軸受の座だけに荷重をかけた(11 章の限界)。

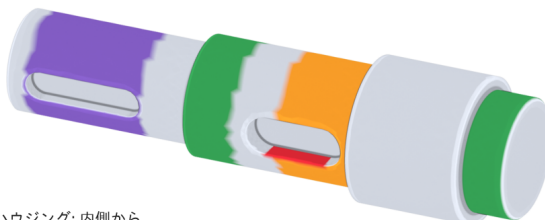
境界条件と荷重をかけた面

(a) 出力軸: +X の側から(軸端のキー溝の、キーが押す壁が見える)

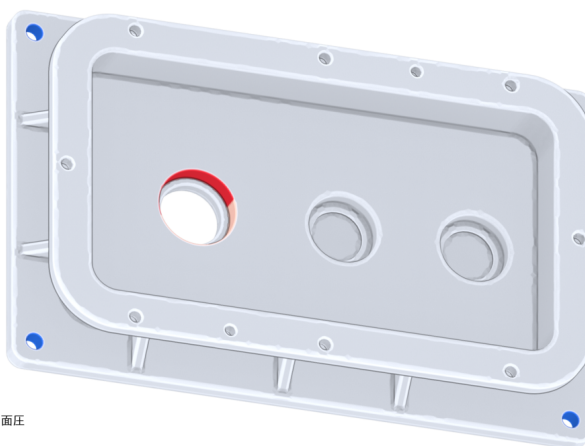


出力軸
 緑 軸受の座(半径方向のばね 20 N/μm/個)
 橙 歯車の座(歯車のボスが押す面圧)
 赤 キー溝の側面(キーの面圧・トルク)
 紫 軸端の座(相手のボスの面圧)

(b) 出力軸: -X の側から(歯車のキー溝の、キーが押す壁が見える)



(c) リヤハウジング: 内側から



青 取付け穴 4 か所(固定)
 赤 軸受の座: 反力の cos 分布の面圧
 紫 軸受の座: 荷重なしの半分

図 1 境界条件と荷重をかけた面(色分け)

5. メッシュ

2 次の四面体で、粗い・中・細かいの 3 段階を作った。出力軸は段の丸みとキー溝の底の丸みからの距離で要素を小さくし(離れるほど 1 mm あたり 0.8 mm ずつ大きく)、キー溝の底の丸み R0.16 のまわりは、細かいメッシュで $h = 0.05$ mm(丸みの半径の 1/3)。ハウジングは軸受の座と取付け穴のまわりを細かくした。つぶれた 2 次要素がないことを、gms h の最小のスケールドヤコビアン(正なら有効)で確かめた。

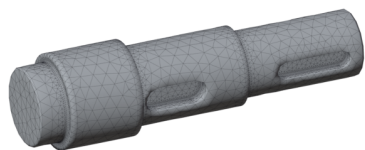
表 5 メッシュの諸元

解析	段階	全体 h [mm]	細かい所の h [mm]	要素	節点	自由度	最小ヤコビアン	解く時間 [s]
出力軸(丸み)	粗い	2	段 0.3 / キー溝 0.16	28,966	48,787	146,361	0.21	68
出力軸(丸み)	中	1.5	段 0.17 / キー溝 0.09	62,765	103,685	311,055	0.55	111
出力軸(丸み)	細かい	1.2	段 0.1 / キー溝 0.05	160,198	259,423	778,269	0.10	236
出力軸(R0)	粗い	2	角 0.3 / 0.16	17,168	28,826	86,478	0.21	16
出力軸(R0)	中	1.5	角 0.17 / 0.09	32,736	53,673	161,019	0.53	31
出力軸(R0)	細かい	1.2	角 0.1 / 0.05	55,459	89,561	268,683	0.62	66
ハウジング	粗い	4	座・穴 1.5	18,761	36,304	108,912	0.14	16
ハウジング	中	2.8	座・穴 1	42,256	77,372	232,116	0.10	37
ハウジング	細かい	2	座・穴 0.7	101,647	173,927	521,781	0.11	123

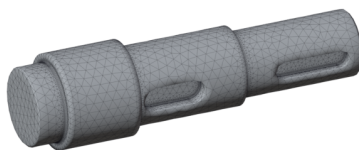
解く時間は 1 コアでの組立て・解・応力の計算の合計。メッシュを作る時間は含まない(細かい出力軸は曲がった要素の形を直すため約 15 分)。

出力軸のメッシュ(2 次の四面体・10 節点)ー 全体の大きさ / 段の丸み / キー溝の底の丸みのまわりの大きさは報告書の表 5

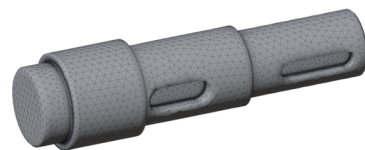
粗い: 要素 28,966・節点 48,787



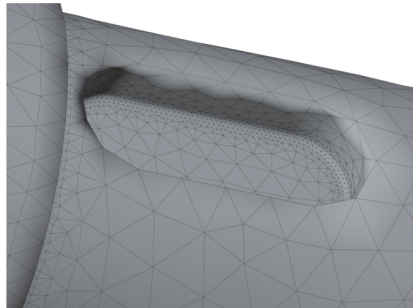
中: 要素 62,765・節点 103,685



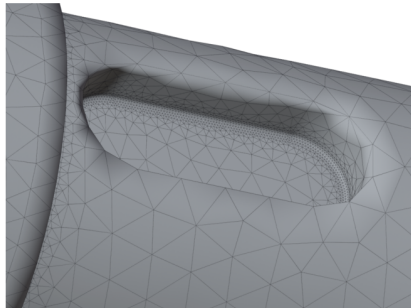
細かい: 要素 160,198・節点 259,423



キー溝の底 R0.16 のまわり $h = 0.16$ mm



キー溝の底 R0.16 のまわり $h = 0.09$ mm



キー溝の底 R0.16 のまわり $h = 0.05$ mm

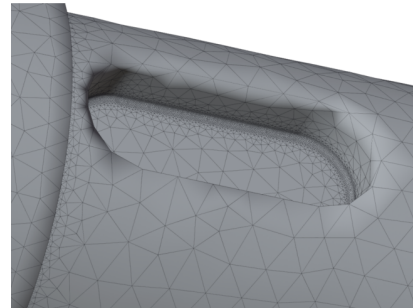
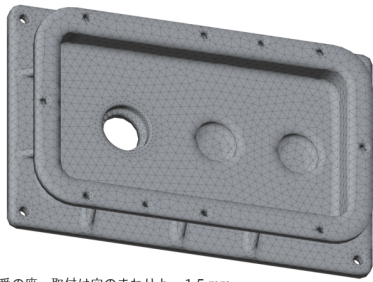


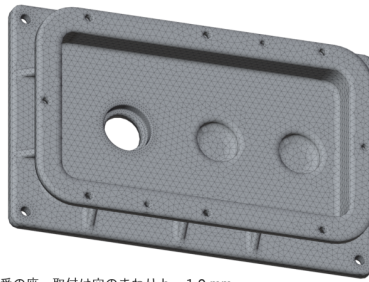
図 2 出力軸のメッシュ(上: 全体・下: 歯車のキー溝の拡大)

リヤハウジングのメッシュ(2 次の四面体・10 節点)

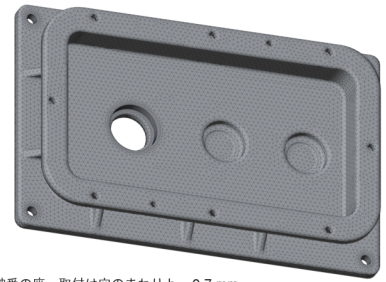
粗い: 要素 18,761・節点 36,304



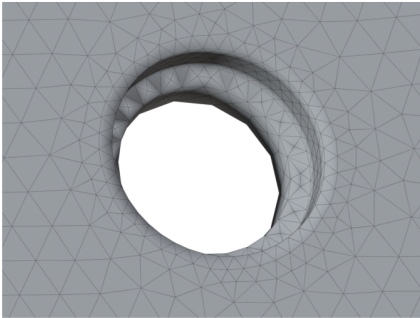
中: 要素 42,256・節点 77,372



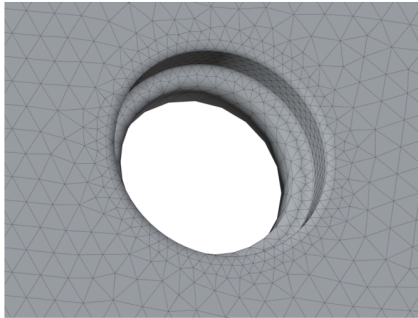
細かい: 要素 101,647・節点 173,927



軸受の座・取付け穴のまわり $h = 1.5$ mm



軸受の座・取付け穴のまわり $h = 1.0$ mm



軸受の座・取付け穴のまわり $h = 0.7$ mm

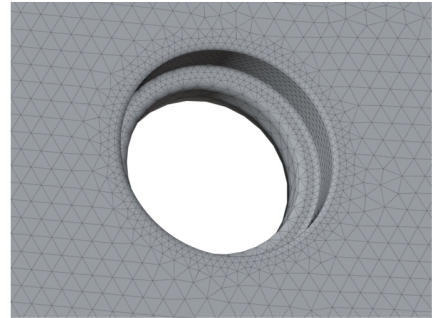


図 3 リヤハウジングのメッシュ(上: 内側から・下: 軸受の座の拡大)

6. ソルバーの確かめ

本解析と同じ要素・同じ組立て・同じ解き方で、答えの分かっている 2 つの問題を 3 段階のメッシュで解いた (verify_solver.py)。

表 6 ソルバーの確かめの結果(S45C の定数)

問題	h [mm]	要素	有限要素法	理論の値	差
片持ちばり・先端のたわみ [mm]	5	433	0.19477	$0.19512(PL^3/3EI)/0.19664(+せん断)$	-0.18 % / -0.95 %
片持ちばり・先端のたわみ [mm]	3.3	1,924	0.19504	$0.19512(PL^3/3EI)/0.19664(+せん断)$	-0.04 % / -0.82 %
片持ちばり・先端のたわみ [mm]	2.5	3,574	0.19508	$0.19512(PL^3/3EI)/0.19664(+せん断)$	-0.02 % / -0.79 %
片持ちばり・中央の上面の曲げ応力 [MPa]	5	433	29.805	$30.000(M\cdot c/I)$	-0.65 %
片持ちばり・中央の上面の曲げ応力 [MPa]	3.3	1,924	29.967	$30.000(M\cdot c/I)$	-0.11 %
片持ちばり・中央の上面の曲げ応力 [MPa]	2.5	3,574	29.999	$30.000(M\cdot c/I)$	-0.00 %
丸棒のねじり・ねじれ角 [rad]	2.5	1,660	0.007749	$0.007751(TL/GJ)$	-0.025 %
丸棒のねじり・ねじれ角 [rad]	1.6	5,971	0.007751	$0.007751(TL/GJ)$	-0.004 %
丸棒のねじり・ねじれ角 [rad]	1	22,438	0.007751	$0.007751(TL/GJ)$	-0.001 %
丸棒のねじり・表面のミーゼス [MPa]	2.5	1,660	88.49	$88.21(\sqrt{3\cdot 16T/\pi d^3})$	+0.31 %
丸棒のねじり・表面のミーゼス [MPa]	1.6	5,971	88.32	$88.21(\sqrt{3\cdot 16T/\pi d^3})$	+0.12 %
丸棒のねじり・表面のミーゼス [MPa]	1	22,438	88.25	$88.21(\sqrt{3\cdot 16T/\pi d^3})$	+0.05 %

片持ちばり(100×10×10 mm・根元の面を固定・先端の面に 100 N の一様なせん断の力)の中央の曲げ応力は、細かいメッシュで理論と -0.00 % の差。先端のたわみははりの式 $PL^3/3EI$ と -0.02 %、せん断のたわみを足した式とは -0.79 % の差で、その間に入る。これは、根元を完全に固定すると断面のそり(せん断による反り)が止められ、せん断のたわみの一部が出ないためで、3 次元の解として正しい振る舞い。丸棒のねじり(Ø10×60 mm・10 N・m)のねじれ角と表面の応力は 0.1 % 以内で理論と合う。以上から、要素・組立て・解き方・応力の計算が正しいと判断した。

ソルバーの確かめ(答えの分かっている問題・2 次の四面体)

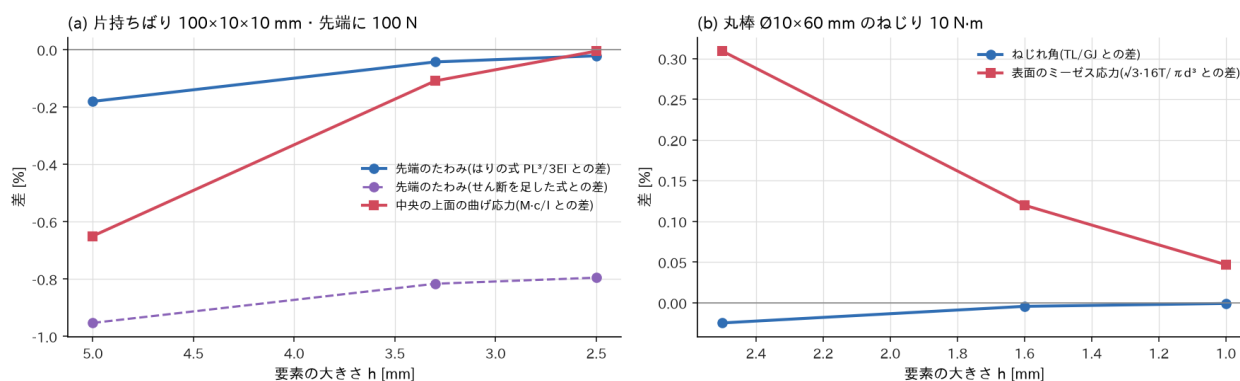


図 4 ソルバーの確かめ: 理論の値との差とメッシュの大きさ

7. 結果(解析 1 出力軸)

細かいメッシュ・丸みを仮定した形の結果を示す。応力は節点で平均したミーゼス応力(相当応力)。

表 7 解析 1 の主な結果(細かいメッシュ)

項目	定格	起動時の最大($\times 1.5$)	場所(STEP の座標 [mm])
最大ミーゼス応力 [MPa]	62.65	93.97	(74.56, 3.24, 44.77)
最大変位 [μm]	1.429	2.143	(80.70, -1.71, 51.70)・軸端面取りのふち
降伏に対する安全率 $\sigma_y / \sigma_{\max}$	5.51	3.67	$\sigma_y = 345 \text{ MPa}$ (S45C 焼ならしの下限)
軸受の反力(前 / 後) [N]	7.86 / 12.32	11.79 / 18.48	ばねの力の合計

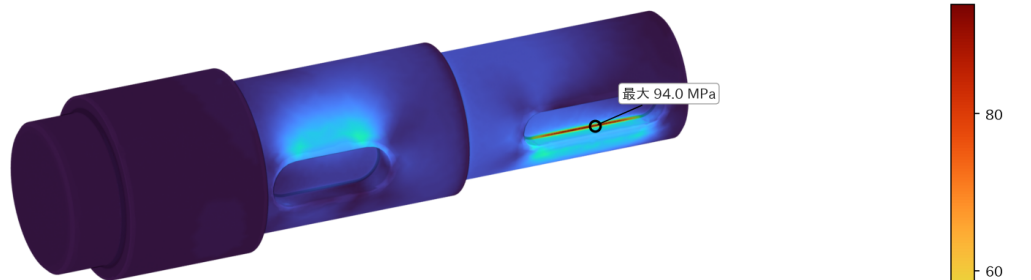
表 8 場所ごとの最大(細かいメッシュ)

場所	ミーゼス 定格 [MPa]	ミーゼス 起動時 [MPa]	最大主応力 定格 [MPa]	安全率(起動時)	最大の位置 (x, y, z)
歯車のキー溝(4 $\times$ 4)	62.09	93.14	76.17	3.7	(77.96, 3.55, 21.80)
軸端のキー溝(3 $\times$ 3)	62.65	93.97	75.56	3.7	(74.56, 3.24, 44.77)
段 z=4($\varnothing 12/\varnothing 14.5$)	0.46	0.70	0.50	495.2	(73.30, -5.42, 3.87)
段 z=15.5($\varnothing 14.5/\varnothing 12$)	5.01	7.52	3.77	45.9	(80.12, 4.36, 15.76)
段 z=33($\varnothing 12/\varnothing 10$)	8.14	12.21	4.91	28.2	(75.73, 5.01, 33.36)

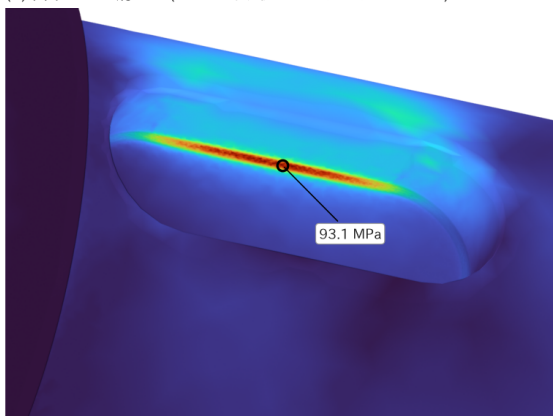
最大はキー溝の底の丸みで、2つのキー溝でほぼ同じ大きさ(歯車 62.1 MPa・軸端 62.6 MPa・定格)。どちらもキーが押す側の壁の下丸みで、溝の長さの向きに帯のように高い。段の丸みは z = 33 の $\varnothing 12/\varnothing 10$ (ねじり)で 8.1 MPa、z = 15.5 は 5.0 MPa(歯車のボスの当たりの端とキー溝の端の影響)、z = 4 はほぼ曲げもトルクもない場所で 0.46 MPa。変位の最大は軸端で、軸受のばねの縮み(約 1 μm)・軸のたわみ・ねじれ(10 章)の合計。

解析 1 出力軸(S45C)のミーゼス応力 — 起動時の最大(定格 $\times 1.5$)・細かいメッシュ・隅の丸みを仮定した形

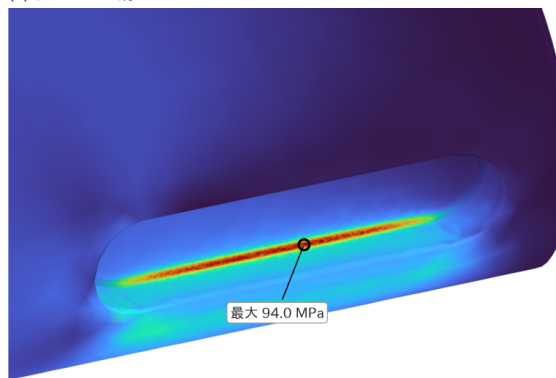
(a) 全体(キー溝の側から)



(b) 歯車のキー溝 4 $\times$ 4(キーが押す側の壁と底の丸み R0.16)



(c) 軸端のキー溝 3 $\times$ 3

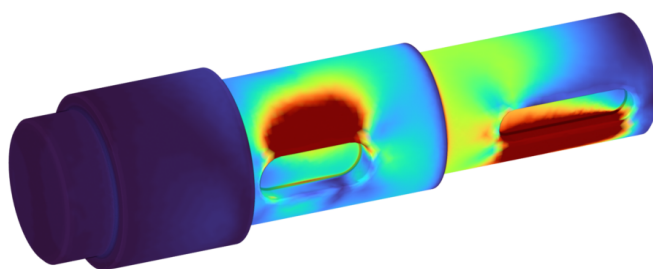


定格の値は 1/1.5 倍(線形)。色: 青 = 0 $\rightarrow$ 赤 = 最大 94.0 MPa(線形の目盛り)

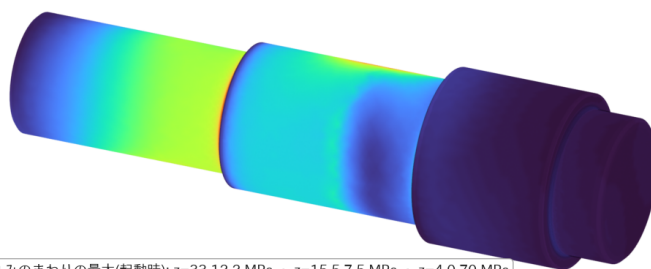
図 5 出力軸のミーゼス応力(起動時の最大・凡例の単位 MPa)

出力軸のミーゼス応力(色の上限を 15 MPa で切った図)― 起動時の最大

(a) キー溝の側から



(b) 反対の側から(段の丸みが見える)

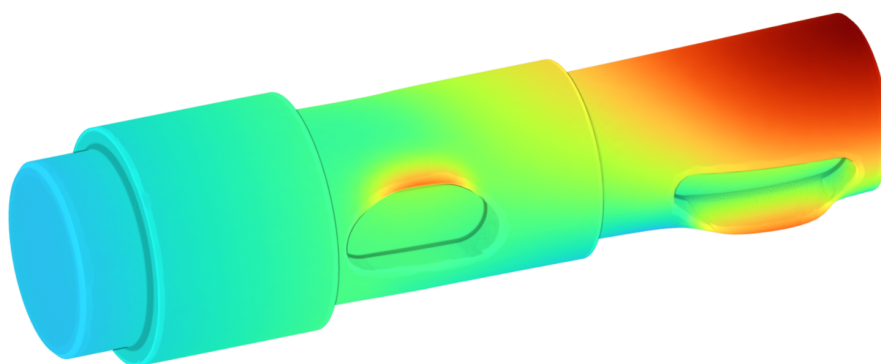


段の丸みのまわりの最大(起動時): $z=33$ 12.2 MPa ・ $z=15.5$ 7.5 MPa ・ $z=4$ 0.70 MPa

Ø10 の軸端はねじりで公称 $\sqrt{3} \cdot \tau = 7.5$ MPa。段 $z=33$ の丸み R0.5 で上がる。キー溝のまわりは 15 MPa を超える(赤)

図 6 出力軸のミーゼス応力(色の上限を 15 MPa で切って、ねじりと段の分布を見やすくした図)

出力軸の変位(起動時の最大)― 形の変化は 2000 倍に拡大して表示



最大 2.14 μm (軸端・ $z = 51.7$ mm)。軸受のばねの縮み・軸のたわみ・ねじれの合計。前の軸受の座を回転の基準にしている

図 7 出力軸の変位の大きさ(起動時の最大・形の変化は 2000 倍に拡大)

8. 結果(解析 2 リヤハウジング)

表 9 解析 2 の主な結果(細かいメッシュ)

項目	定格	起動時の最大($\times 1.5$)	場所(STEP の座標 [mm])
最大ミーゼス応力(評価の値: 固定した穴から 1.5 mm より離れた所)[MPa]	0.2256	0.3384	(82.31, 8.39, 28.00)・軸受の座の内側のふち
最大ミーゼス応力(全体・固定した穴のふち)[MPa]	0.2717	0.4076	(117.85, 44.66, 35.00)・境界条件の特異点(9章)
最大変位 [μm]	0.0679	0.1018	(77.56, 10.38, 28.00)・軸受の座
降伏に対する安全率(評価の値)	709	473	$\sigma_y = 160 \text{ MPa}$ (A5052-H32 の下限)
降伏に対する安全率(全体の最大でも)	589	393	特異点の値で見ても十分

応力の最大は、軸受の座 $\phi 21$ の内側のふち($z = 28$ ・荷重の向きの側)に出る。全体の最大は固定した取付け穴のふちに出るが、これは「穴の面を完全に固定」という理想化した境界条件の角で、メッシュを細かくするほど増える(9章)。実際はボルトの締付けと相手の板との接触で決まるので、評価には穴から離れた所の値を使った。変位は軸受の座で $0.068 \mu\text{m}$ (定格)と、軸受のすきま(数 μm)に比べて十分小さい。

解析 2 リヤハウジング(A5052)のミーゼス応力ー 起動時の最大(軸受の反力 18.79 N)・細かいメッシュ

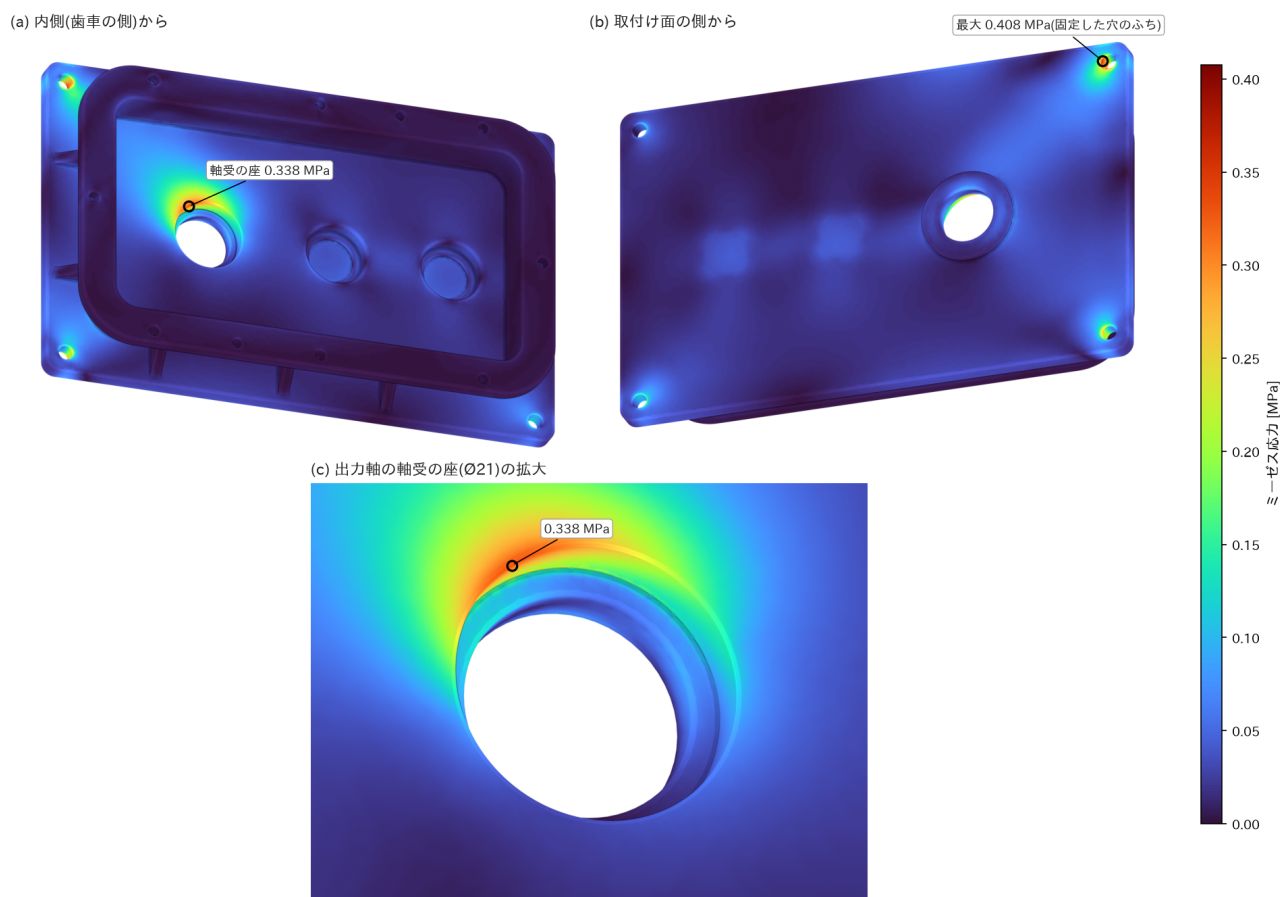
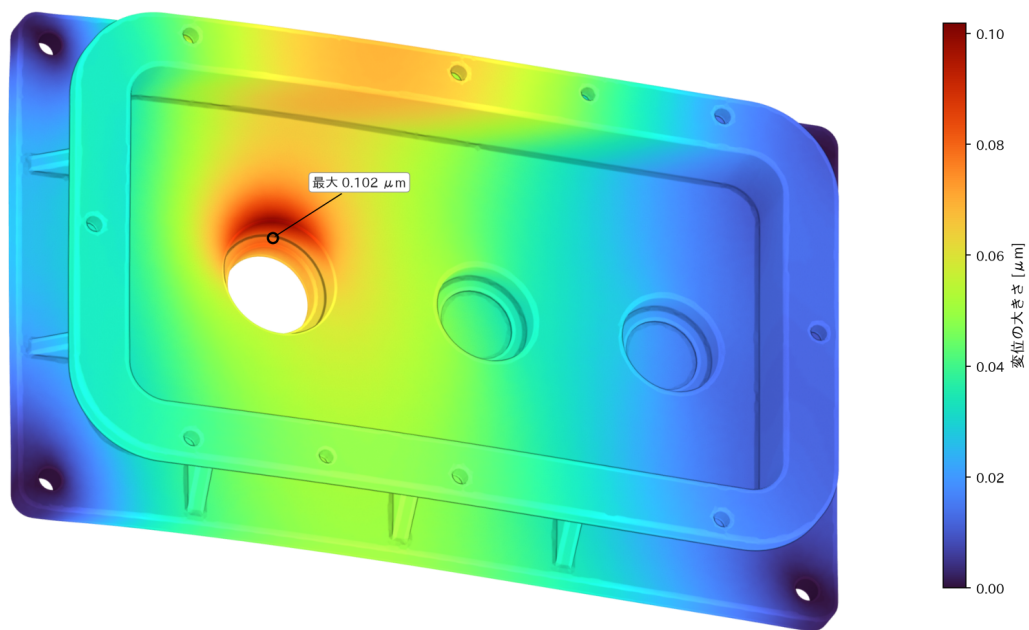


図 8 リヤハウジングのミーゼス応力(起動時の最大・凡例の単位 MPa)

リヤハウジングの変位(起動時の最大)ー 形の変化は 30000 倍に拡大して表示



取付け穴 4 か所を固定。最大は軸受の座の、荷重の向き (+Fr, +Ft) の側

図 9 リヤハウジングの変位の大きさ(起動時の最大・形の変化は 30000 倍に拡大)

9. メッシュの収束

表 10 出力軸の収束(定格)

形	段階	自由度	最大ミーゼス [MPa]	前の段階との差	最大変位 [μm]	前の段階との差	段 z=33 [MPa]
丸みを仮定	粗い	146,361	52.51	—	1.4391	—	8.04
丸みを仮定	中	311,055	59.82	+13.9 %	1.4048	-2.38 %	8.04
丸みを仮定	細かい	778,269	62.65	+4.7 %	1.4286	+1.70 %	8.14
STEP のまま R0	粗い	86,478	43.87	—	1.4386	—	8.26
STEP のまま R0	中	161,019	60.98	+39.0 %	1.4200	-1.29 %	9.63
STEP のまま R0	細かい	268,683	69.56	+14.1 %	1.4358	+1.11 %	11.42

表 11ハウジングの収束(定格)

段階	自由度	評価の値(穴から離れた所)[MPa]	差	全体の最大(穴のふち) [MPa]	差	最大変位 [μm]	差
粗い	108,912	0.2248	—	0.2388	—	0.06760	—
中	232,116	0.2247	-0.04 %	0.2556	+7.1 %	0.06777	+0.24 %
細かい	521,781	0.2256	+0.39 %	0.2717	+6.3 %	0.06786	+0.13 %

丸みを仮定した出力軸の最大ミーゼス応力は、粗い → 中で +13.9 %、中 → 細かいで +4.7 % と差が小さくなっている。キー溝の底のまわりの要素の大きさの比(約 1.79)からリチャードソンの外挿をすると、メッシュを限りなく細かくした値は 64.4 MPa(見かけの収束の次数 1.6)で、細かいメッシュの値はその 2.8 % 下。報告書の値(細かいメッシュ)はこの分だけ小さめと見るのがよい。最大変位は 3 段階で 2.4 % 以内に収まり、収束している。段 z = 33 の丸み R0.5 の応力は 3 段階で 8.04 → 8.04 → 8.14 MPa とほぼ一定。一方、STEP のまま(R0)では、最大応力が 43.9 → 61.0 → 69.6 MPa、段 z = 33 も 8.26 → 9.63 → 11.42 MPa と細かくするほど上がり続け、収束しない。鋭い角は理論上の応力が無限大(特異点)なので、角の応力の値には意味がない。丸みを付けて解くか、角から離れた所の値で評価する必要がある。

ハウジングの評価の値(穴から離れた所の最大)と最大変位は、3 段階で 1 % 以内の差で収束している。全体の最大(固定した穴のふち)は +7.1 %・+6.3 % と増え続け、境界条件の特異点であることが分かる。

メッシュの収束(粗い → 中 → 細かい)・定格の荷重

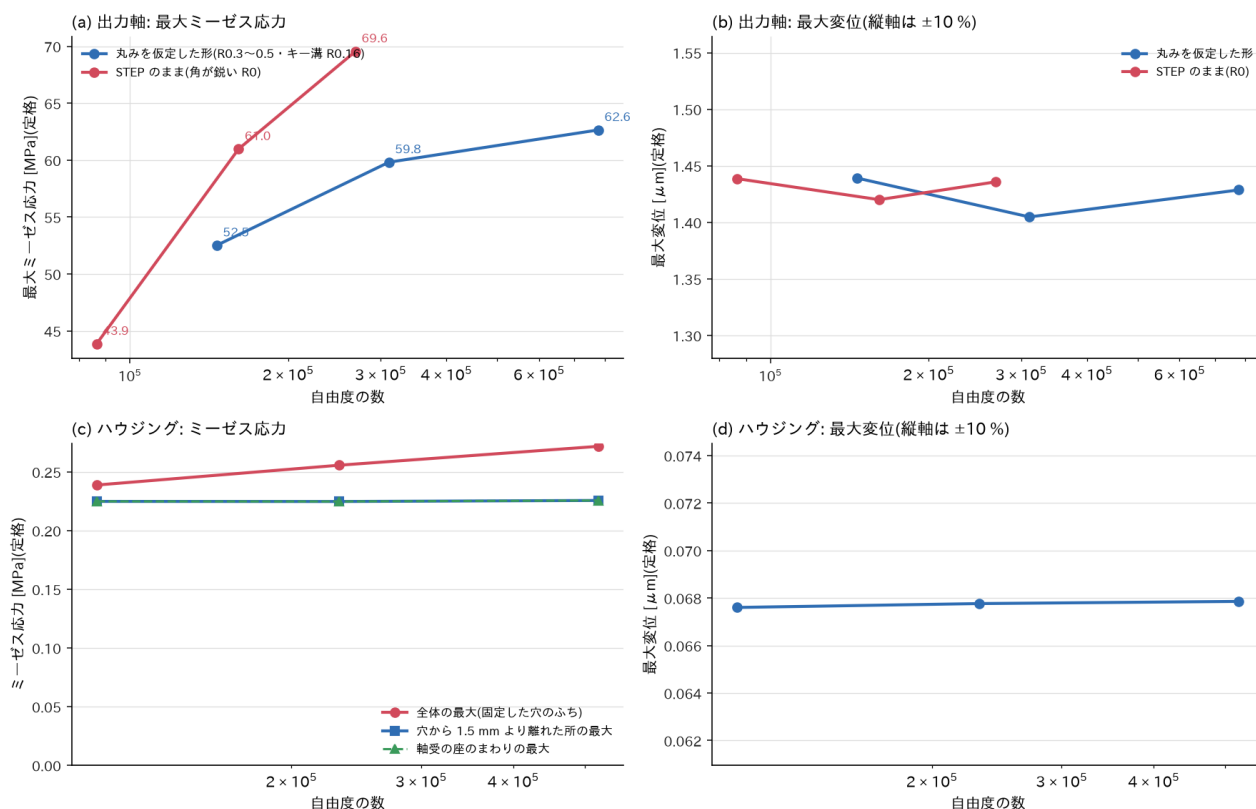


図 10 メッシュの収束(横軸は自由度の数・対数目盛り。定格の値)

10. 手計算との比べ

出力軸を、軸受の中心($z = 1.5 \cdot 30.5$)で支えた 2 点支持のはりとし、歯車の力 $F = \sqrt{F_t^2 + F_r^2} = 20.18 \text{ N}$ を歯幅の中央 $z = 19.5$ にかけた(hand_calc.py)。トルクは、キーの側面の範囲で一様に出入りするとした。応力集中の係数は Peterson's Stress Concentration Factors の近似式(段付き丸棒の曲げ・ねじり、エンドミルのキー溝の曲げ・ねじり)による。

表 12 反力・変位の比べ(定格)

項目	手計算	有限要素法(細かい)	差	理由
前の軸受の反力 [N]	7.653	7.859	+2.7 %	座の面($z = -0.2 \sim 3.7$)の中心は 1.75 で、はりの支点 1.5 とずれる。ばねは座の幅 5 mm で少し傾きを拘束する
後ろの軸受の反力 [N]	12.524	12.318	-1.6 %	同上(計算書の値とも同じ手計算)
キーの力(歯車 / 軸端)[N]	122.4 / 140.3	122.4 / 140.3	+0.00 %	T / (壁の高さの中央の y)。荷重のかけ方の確かめ
最大変位(軸端・同じ点) [μm]	1.32(たわみ+ばね 0.71 とねじれ 0.61 の和)	1.43	+8.5 %	はりの式は軸受の座のばねを 1 点に置き、キー溝による剛性の低下と、座の面圧による局部的変形を入れない

表 13 応力の比べ(定格・ミーゼス応力の最大)

場所	公称 σ_b / τ [MPa]	係数 Kt / Kts	手計算 ミーゼス(公称 → 係数込み)[MPa]	有限要素法 トルクだけ(キーなし)[MPa]	有限要素法 本来の荷重 [MPa]	差(本来 - 手計算)
歯車のキー溝(4×4)	0.406 / 1.681	2.55 / 2.91	2.94 → 8.54	8.38	62.09	+627 %
軸端のキー溝(3×3)	0.000 / 2.904	2.38 / 2.77	5.03 → 13.92	9.46(参考)	62.65	+350 %
段 $z=4(\varnothing 12/\varnothing 14.5)$	0.113 / 0.000	2.43 / 1.00	0.11 → 0.27	—	0.46	+70 %
段 $z=15.5(\varnothing 14.5/\varnothing 12)$	0.632 / 0.000	2.43 / 1.00	0.63 → 1.53	—	5.01	+227 %
段 $z=33(\varnothing 12/\varnothing 10)$	0.000 / 2.904	1.00 / 1.56	5.03 → 7.85	8.47	8.14	+4 %

「トルクだけ(キーなし)」は、確かめのために、キーの面圧をかけずに前の胴と軸端の面から $\mp T$ を伝えて、キー溝の断面にトルクだけを通した解析(Peterson の係数の表と同じ条件)。

差の理由

(1) 平らな所と段 $z = 33$ (ねじり): 軸端 $\varnothing 10$ の平らな所の公称のミーゼス $\sqrt{3} \cdot \tau = 5.03 \text{ MPa}$ に対し、有限要素法の表面の値は図 11 の下の線ではほぼ同じ。段 $z = 33$ の丸み $R0.5$ は、 $Kts = 1.56$ で 7.85 MPa の見積りに対し、有限要素法 8.14 MPa (+4 %)。段の形が係数の近似式的前提(段の両側が長い丸棒)に近いので、よく合う。

(2) 段 $z = 15.5 \cdot z = 4$ (曲げ): 公称の曲げ応力が $0.1 \sim 0.6 \text{ MPa}$ とごく小さく、有限要素法の最大は丸みそのものより、すぐ隣の荷重の端($z = 15.5$ は歯車のボスの面圧の端とキー溝の丸い端、 $z = 4$ は軸受のばねの面の端)で決まる。手計算(段の係数だけ)より大きく出るのはこのため。値そのものが小さいので強度には効かない。

(3) キー溝: トルクだけを通した解析では、歯車のキー溝が 8.38 MPa で、Peterson の係数による見積り 8.54 MPa と -2 % の差。係数の表の形(溝の幅 = $d/4$ ・深さ = $d/8$)より、この軸の溝は深い($2.5/12 = d/4.8$)などの違いがあるが、よく合っていて、溝の形の応力集中は正しく出ている(軸端のキー溝は、この確かめでトルクをかけた面と溝の範囲が重なり、溝の断面に全部のトルクが通らないので比べに使わない: 9.46 MPa は参考)。本来の荷重(キーが溝の壁を押す)では $62.1 \sim 62.6 \text{ MPa}$ と、手計算の 4~7 倍になる。これはキーの面圧(約 10 MPa)が、溝の側壁(外周と溝の間の「耳」)を片持ちの板のように曲げ、その根元のキー溝の底の丸み $R0.16$ に曲げの応力が集中するため、Peterson の係数には入っていない。壁を根元の厚さ 2.87 mm ・高さ 2.00 mm の板とみた簡単な見積り(曲げ $17.2 \text{ MPa} \times Kt \approx 2.3$ にねじりを合わせて 40 MPa 。軸端は 37 MPa)でも、同じ大きさの応力が出る(有限要素法の約 6 割。壁の形が単純な板と違い、面圧の分布も仮定のため)。計算書の軸の確かめ(キー溝の深さを引いた有効径でのねじり応力)は公称の値で、この局部的応力は見えていない。

(4)ハウジング: 軸受の座の面圧は、投影面の平均 $0.119 \text{ MPa} \cdot \cos$ 分布の頂点 0.152 MPa 。有限要素法の座のまわりの最大 0.226 MPa は、厚い環の内面に面圧がかかるときの大きさ(面圧の 1~2 倍)に入る。変位は、座から取付け穴の列までの端壁(厚さ 7 mm × 幅 60 mm ・長さ 50 mm)のせん断のたわみ $R \cdot L / (G \cdot A) = 0.057 \mu\text{m}$ に対し、有限要素法 $0.068 \mu\text{m}$ で、大きさが合う(差は座の局部的変形と、壁の曲げ・形の違い)。

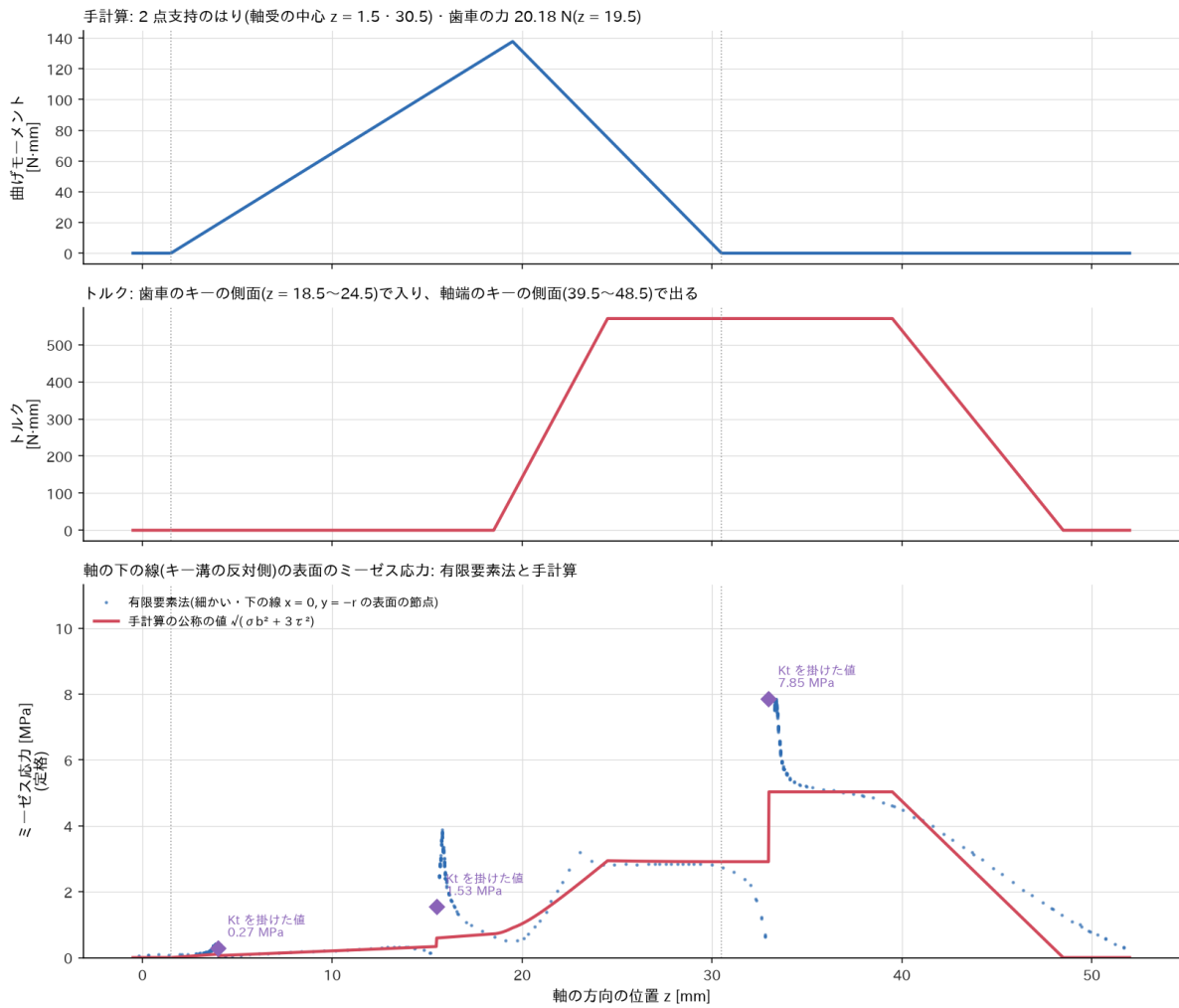


図 11 手計算の曲げモーメント・トルクと、軸の下(キー溝の反対側)の表面のミーゼス応力の比べ(定格)

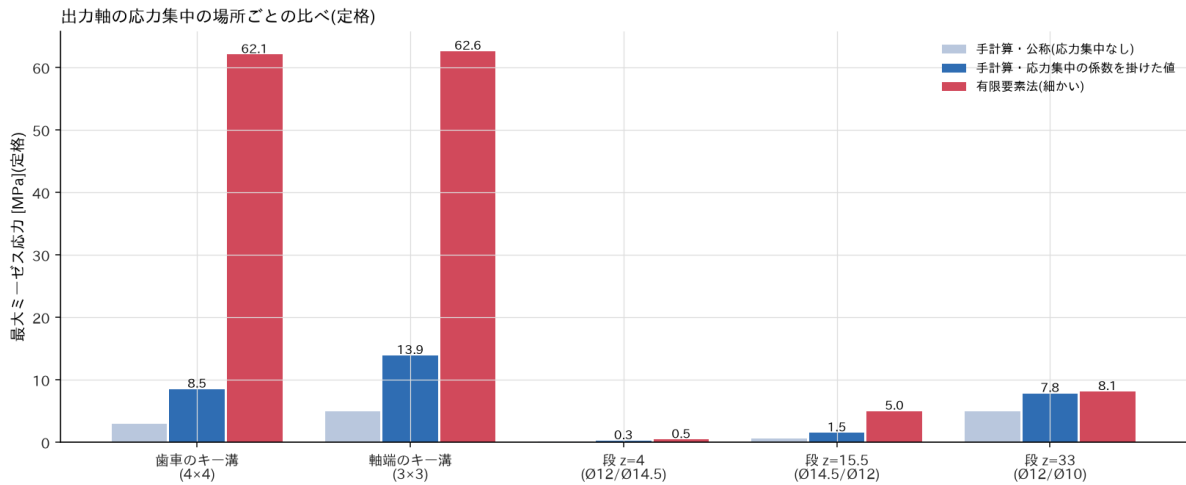


図 12 応力集中の場所ごとの比べ(定格)

11. 結論と限界

結論

- (1) 出力軸の最大ミーゼス応力は、起動時の最大で 94 MPa(キー溝の底の丸み)、降伏応力 345 MPa に対する安全率 3.7。軸の公称の部分は数 MPa で、静的な強度は十分。
- (2) 最大はキーの面圧による局部の応力で、手計算(公称のねじり・応力集中の係数)より 4~5 倍大きい。キー溝の底の丸みを図面で指定すること(R0.16 より小さいとさらに上がる)、疲れ強さ(起動・停止のくり返し・回転曲げ)を確かめることを勧める。より余裕がほしいければ、キー溝の底の丸みを大きくする(4×4 のキーなら軸の溝を r0.25 にして、キーの面取りを大きくする)・キーを長くして面圧を下げる、が効く。
- (3) ハウジングの最大ミーゼス応力は起動時の最大でも 0.34 MPa、変位 0.102 μm で、安全率は 473。この荷重では強度・剛性とも問題ない。
- (4) 結果は 3 段階のメッシュで収束し(丸みを仮定した形)、ソルバーは答えの分かっている問題で確かめた。

前提と限界

- ・線形弾性・静的・微小変形。材料の降伏・接触・すきま・摩擦・動的な効果(衝撃・振動)は入れない。起動時の最大は使用係数 1.5 を静的にかけた。
- ・出力軸の隅の丸み(表 1)は仮定で、STEP にはない。STEP のまま(R0)では角の応力は収束しない(9 章)。
- ・キーと軸・歯車のボスと軸は、接触を解かず、面圧の分布を仮定した(キーの面は一樣、ボスは cos 分布)。実際の面圧はキーのはめあい・面取り・歯車の傾きで変わり、キー溝の底の応力はこれに強く左右される。正確に知るには、キーと歯車を入れた接触の解析が要る。
- ・軸受は半径方向のばね(20 N/ μm /個・仮定)とし、軸受の中の玉の荷重の分布は入れない。ばねの値は変位(剛体の動き)にだけ効き、応力にはほとんど効かない。
- ・ハウジングは取付け穴の内面を完全に固定した(ボルトの締付け・相手の板のたわみ・座面の接触は入れない)。穴のふちの応力は境界条件の特異点で、評価に使わない。前の軸受の反力・合わせ面のボルトの締付け・モーターの重さは入れていない。
- ・疲れ・座屈・熱は評価していない。
- ・材料の値は規格の下限(表 2)。S45C の軸を調質($\sigma_y \geq 490 \text{ MPa}$)にすれば安全率は 1.4 倍になる。

付録 A. ファイルと、もう一度解く手順

場所(lp-engineering/fem/)	中身
scripts/run_all.py	全部をもう一度作る(確かめ → 手計算 → メッシュ → 解析 → 3D → 図 → この報告書)
scripts/params_fem.py	材料・荷重・境界条件・メッシュの細かさ(条件はすべてここ。荷重は計算書の JSON から読む)
scripts/fe_core.py	2 次の四面体の剛性・解き方・応力(scikit-fem・PARDISO)
scripts/mesh_shaft.py / mesh_housing.py	STEP を読み、丸みを付けて、gmsh で 3 段階のメッシュ
scripts/run_shaft.py / run_housing.py	解析 1・解析 2
scripts/verify_solver.py / hand_calc.py	ソルバーの確かめ・手計算
scripts/export_glb.py / figures.py / render_field.py / report_pdf.py	結果の 3D・図(Blender で描く)・報告書
results/*.json	数値の結果(この報告書の表はここから作る)。*_field.npz は節点の値
figures/*.png	結果の図
web/shaft_vonmises.glb・housing_vonmises.glb	Web で回して見られる結果の 3D(ミーゼス応力を頂点の色・起動時の最大)。色の範囲は *_range.json
web/viewer.html	glb をブラウザで回して見るページ(凡例つき)

手順: Python 3.11 で pip install -r requirements.txt、Blender 5.x(図だけに使う)を入れて、cd scripts && python3 run_all.py。1 コアで約 50 分(メッシュ約 20 分・解析約 15 分・図約 10 分)、メモリは最大約 6 GB。詳しくは README.md。glb の色の範囲: 出力軸 0.004~93.97 MPa、ハウジング 0.00004~0.4076 MPa(どちらも起動時の最大・頂点の値の最小と最大)。